

DOGONIĆ ROZPĘDZONE UMYSŁY UCZNIÓW



Wzorcowy materiał szkoleniowy w zakresie innowacyjnych rozwiązań organizacyjno-dydaktycznych dla nauczycieli i studentów studiów pedagogicznych

Matematyka w klasach I-III szkoły podstawowej

Iwona Leśniewska

Autorka:

Iwona Leśniewska

Recenzentka:

Ewa Ludwikowska Jan Szczepańczyk
Piotr Szczepańczyk

Wydawca:

Euro Innowacje sp. z o.o.

Publikacja została opracowana w ramach projektu pt. „Szkoła Ćwiczeń w gminie Barcin”, realizowanego w partnerstwie przez Gminę Barcin (Beneficjent projektu) oraz Euro Innowacje sp. z o.o. (Partner projektu).

Projekt jest finansowany ze środków budżetu państwa oraz Unii Europejskiej, w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego, Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój (PO WER), II Osi Priorytetowej „*Efektywne polityki publiczne dla rynku pracy, gospodarki i edukacji*”, Działania 2.10 „*Wysokiej jakości system oświaty*”.

Publikacja jest udostępniona na zasadach wolnej licencji Creative Commons – Uznanie autorstwa 3.0 Polska (CC BY 3.0 P).



Fundusze Europejskie
Wiedza Edukacja Rozwój



**Rzeczpospolita
Polska**

Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny



SPIS TREŚCI

WSTĘP	4
CEL PUBLIKACJI	6
1. O NAUCZYCIELU Z TRADYCJĄ I NAUCZYCIELU Z WIDOKIEM	7
2. JAK POZWOLIĆ DZIECIOM MYSLEĆ I DZIAŁAĆ	10
2.1 <i>W szkole otwiera się nie tylko drzwi</i>	<i>10</i>
2.2 <i>Myślenie zaczyna się od pytań.....</i>	<i>15</i>
2.3 <i>Każdy potrafi ułożyć zadanie</i>	<i>17</i>
2.4 <i>Z obrazków i liczb można tworzyć wzorki</i>	<i>21</i>
2.5 <i>Warto suchać bajek</i>	<i>27</i>
2.6 <i>Jak korzystać z podręcznika</i>	<i>34</i>
2.7 <i>Nie tylko zadania i słupki</i>	<i>36</i>
2.8 <i>A może w coś zagramy.....</i>	<i>41</i>
2.9 <i>Uczenie się to działanie, odkrywanie, eksperymentowanie</i>	<i>45</i>
3. URZĄDŹMY MATEMATYKĘ PO SWOJEMU	51
4. PODSUMOWANIE	53
5. BIBLIOGRAFIA.....	54
6. WYKAZ ZDJĘĆ	56



WSTĘP

Kilka lat temu nauczyciele bydgoskich szkół uczestniczyli w projekcie Bydgoski Bąbel Matematyczny, którego celem było wprowadzenie zmiany w podejściu do nauczania matematyki uczniów klas młodszych. Niniejsza publikacja jest próbą pokazania tej zmiany. Upowszechnia ona nowe podejście do rozwijania umiejętności matematycznych uczniów klas młodszych. Promuje włączanie metod, które są nastawione na pobudzanie aktywności intelektualnej dzieci, które w atrakcyjny sposób pozwalają im na zdobywanie wiedzy, a przede wszystkim odwagi do stawiania czoła nowym zadaniom. Nawiązuje wprost do założeń podstawy programowej, która wśród celów kształcenia wymienia między innymi:

- rozwijanie kompetencji, takich jak: kreatywność, innowacyjność i przedsiębiorczość,
- rozwijanie umiejętności krytycznego i logicznego myślenia, rozumowania, argumentowania i wnioskowania,
- rozbudzanie ciekawości poznawczej uczniów oraz motywacji do nauki,
- wszechstronny rozwój osobowy ucznia przez pogłębianie wiedzy oraz zaspokajanie i rozbudzanie jego naturalnej ciekawości poznawczej.

Publikacja nawiązuje także do podstawowych założeń konstruktywistycznego podejścia do procesu kształcenia. Zwraca uwagę na to że:

- wiedza dziecka powstaje w wyniku jego aktywnego działania, jest konstruowana w jego umyśle, w możliwie dużym stopniu jest przez uczniów samodzielnie odkrywana,
- nauczyciel inspirowanie uczniów, jest obserwatorem ich działania, nie przekazuje im pojęć matematycznych poprzez samo objaśnianie, nawet bardzo klarowne, dokładne, ilustrowane konkretnymi przykładami,



- zdobywanie wiedzy to proces, który odbywa się w interakcji ze środowiskiem edukacyjnym, zdobywając wiedzę uczniowie dyskutują, zastanawiają się, dzielą się z innymi swoimi pomysłami,
- wiedza to nie tylko fakty i informacje, to także umiejętność wykorzystania ich w praktyce, uczeń powinien mieć świadomość, że to, czego się nauczył przyda mu się na co dzień (Semadeni, 2016, 4-5),
- każdy uczeń może odnieść sukces, gdy nauczyciel wierzy w jego wiedzę i możliwości, gdy zachęca go do próbowania, kształtuje w nim świadomość tego, że ma prawo popełniać błędy, gdy pozwala mu samodzielnie myśleć i działać.

Publikacja opisuje innowacyjne metody i formy pracy na lekcjach matematyki. Ilustruje je konkretnymi przykładami. Opisując rozwiązywanie przez dzieci zadań tekstowych, skupia się na roli zadań otwartych, także zadań nietypowych, na poszukiwaniu wielu rozwiązań, na dyskusji uczniów i swobodzie samodzielnego wyboru metody rozwiązania zadania, na poszukiwaniu własnych strategii rozwiązywania problemów. Zwraca też uwagę na rolę samodzielnego układania przez dzieci pytań do zadań, tworzenie i wykorzystywanie bajek matematycznych, na odczytywanie treści zadań z tabel, diagramów i wykresów. Publikacja zawiera także opis poszukiwania i odkrywania reguł matematycznych oraz sekwencji obrazkowych i liczbowych, tworzenia i wykorzystywania gier dydaktycznych, stosowania eksperymentów i badań podczas zdobywania wiedzy w zakresie umiejętności praktycznych oraz układania i tworzenia własnych praw matematycznych. W końcu publikacja zachęca do wyjścia z ławek i odejścia od schematycznego rozwiązywania typowych zadań w podręcznikach i ćwiczeniach, które nie powinny być celem, a jedynie narzędziem do zdobywania matematycznej wiedzy.



CEL PUBLIKACJI

Celem publikacji jest pokazanie i upowszechnienie konstruktywistycznego spojrzenia na możliwości uczenia się matematyki przez dzieci, czyli odejścia od powielania gotowych wzorów i poznawania ułożonych instrukcji na rzecz poszukiwania, odkrywania, modyfikowania, interpretowania i sprawdzania zdobytych wiadomości i umiejętności. Powiązanym celem publikacji jest poszarzenie wiedzy nauczycieli na temat metod i form kształcenia, które warto zastosować w edukacji matematycznej na poziomie edukacji wczesnoszkolnej oraz pokazanie dobrych praktyk, które dotyczą rozwijania zdolności uczniów do samodzielnego poznawania rzeczywistości, stawiania hipotez, logicznego rozumowania, skutecznego wykorzystania różnych strategii i procedur matematycznych, rozwiązywania matematycznych problemów.



1. O NAUCZYCIELU Z TRADYCYJĄ I NAUCZYCIELU Z WIDOKIEM

Przed blisko sześcioma laty, dzięki różnym zbiegom okoliczności, zaczęłam przyglądać się swojej pracy na lekcjach matematyki. I co wtedy dostrzegłam? Poprawność. Poprawność z odrobiną rutyny. Poprawność, czyli trochę metod aktywizujących, trochę pracy w grupach, czasami zabawę, wypełnianie ćwiczeń, rozwiązywanie typowych zadań, wprowadzanie oczywiście zgodnie ze sztuką wszelkich pojęć, tłumaczenie i wyjaśnianie ... słowem nudę!

Dzisiaj wiem, chociaż wtedy sobie tego nie uświadamiałam, że dostrzegłam wówczas tradycję, tradycję w nauczaniu, uczeniu się, w komunikowaniu się z uczniami, rodzicami i innymi nauczycielami. To właśnie tradycja połączona z rutyną, także pewną nieświadomością i brakiem wiedzy (mimo licznych kursów i warsztatów) sprawiała, że, jak to dzisiaj oceniam, uczyłam schematycznie, angażowałam wszystkie swoje umiejętności, całą wiedzę w nauczanie, czyli w wyjaśnianie, definiowanie, pokazywanie i tłumaczenie, w myśl przekonania, że aby uczniowie coś wiedzieli i rozumieli, to muszę im to najpierw wyłożyć, objaśnić i zaprezentować. To nie moi uczniowie „odkrywali świat”, to ja „odkrywałam świat przed nimi”. To ja zadawałam pytania, i gdy nie słyszałam odpowiedzi, często sama na nie odpowiadałam, bo przecież wiedziałam jaką metodą należy dodawać, odejmować, rozwiązywać zadania. Owszem w pomiarach dydaktycznych przeprowadzanych w szkole wyniki moich uczniów były niezłe, często wyższe od wyników uczniów z innych klas. Także niektóre z moich dzieci odnosiły sukcesy i z powodzeniem zajmowały się matematycznym i problemami, ale były też takie, które z niechęcią zabierały się do rozwiązywania zadań, a czasem wręcz tego unikały, były też takie, które doskonale liczyły (wykonywały obliczenia), ale nie dostrzegały zależności między liczbami, działaniami albo danymi w zadaniu.

Nie sądzę, że byłam wtedy złym nauczycielem, uczestniczyłam przecież w szkoleniach, prowadziłam zajęcia otwarte dla nauczycieli i studentów, opracowywałam innowacje, angażowałam się w różne przedsięwzięcia.



Sądzę, że byłam po prostu nauczycielem tradycyjnym, a raczej kultywującym tradycję nauczania matematyki (uczyłam tak, jak mnie uczono i jak nauczono mnie uczyć), byłam nauczycielem z jedynie słusznym punktem widzenia, a nie nauczycielem „z widokiem”, dostrzegającym potencjał i możliwości swoich uczniów, pozwalającym im badać, poznawać, odkrywać, doświadczać, pozwalającym zauważać prawidłowości, tworzyć zasady i reguły, wyciągać wnioski, pozwalającym dzieciom uczyć się od siebie, proponować własne rozwiązania, opowiadać o nich, pozwalającym dzieciom samodzielnie myśleć i działać.

Użyłam słowa „byłam”, bo oprócz przyglądania się sobie, wspomniane zbiegi okoliczności skłoniły mnie do refleksji - czy mogę (powinnam?) zerwać z matematyczną tradycją, czy mogę (powinnam?) zostać nauczycielem „z widokiem”, czy w szkole, aby stała się lepsza, można (trzeba?) pracować inaczej. Inaczej, czyli niezgodnie ze sztuką, inaczej, czyli bez nauczycielskiego tłumaczenia, wyjaśniania, pokazywania, podsuwania gotowych schematów rozumowania i sposobów myślenia, bez oczekiwania na jedynie słuszną odpowiedź, bez rozwiązywania przez uczniów serii podobnych, typowych, szkolnych zadań, mechanicznego ćwiczenia algorytmów, bezmyślnego wypełniania kart pracy... słowem bez nudy, bez pytań „jak?”, za to z pytaniami „dlaczego?”.

Dość szybko uznałam, że mogę i powinam, uznałam, że można i trzeba i od refleksji przeszłam do działania. Powoli, ostrożnie zaczęłam pracować inaczej, korzystając z tego, co uczniowie już wiedzą i potrafią, korzystając z ich nieformalnej wiedzy matematycznej, bo przecież pierwszaki (także sześciolatki) nie przychodzą do szkoły „niezapisane” jak kartki nowego zeszytu... Dbałam również o to, aby zachęcać dzieci do nauki (czytaj: samodzielnego odkrywania), uwzględniać ich aspiracje, możliwości, potrzeby i przeżycia. Zamiast mówić, starałam się słuchać, zamiast pokazywać, starałam się oglądać to, co mają mi do pokazania. Cierpliwie „znosiłam” wyrywanie się do odpowiedzi,



odpowiadałam na wiele pytań (nie zawsze związanych z omawianym zagadnieniem) starając się dogonić rozpędzone umysły moich uczniów. Jak bardzo rozpędzone? Mam nadzieję, że uda mi się to wkrótce pokazać.



2. JAK POZWOLIĆ DZIECIOM MYŚLEĆ I DZIAŁAĆ

Jedną z najważniejszych umiejętności rozwijanych w szkole podstawowej jest sprawne wykorzystywanie narzędzi matematyki w życiu codziennym, a także kształcenie myślenia matematycznego. Jak kształcić to myślenie? Oczywiście nie ma gotowej recepty na sukces. Nie ma przepisu, który w stu procentach gwarantowałby skuteczne rozwijanie myślenia uczniów. Nauczyciel, jeśli chce pozwolić dzieciom myśleć i działać, musi sam wypracować swoje własne sposoby, strategie, metody nauczania matematyki. Idealna, w tej sytuacji, wydaje się być strategia sformułowana przez Mirosława Dąbrowskiego i stosowana przez uczniów podczas rozwiązywania problemów – *Próbuj, poprawiaj i wyciągaj wnioski* (Dąbrowski, 2008, 94). A więc nauczycielu próbuj, **bo przecież nikt tak nie rozwija uczniów, jak poszukujący, twórczy nauczyciel**. A oto kilka pomysłów, podczas realizacji których, pozwoliłam moim pierwszacom myśleć i działać.

2.1 W szkole otwiera się nie tylko drzwi

Po pierwsze w szkole otwiera się nie tylko drzwi, ale także zadania.

Co to znaczy otworzyć zadanie? Po prostu tak sformułować w nim problem, aby można go było rozwiązać na wiele sposobów. Do rozwiązania tak sformułowanego problemu potrzebne jest myślenie dywergencyjne lub inaczej myślenie lateralne czy rozbieżne. Oznacza ono tworzenie kilku kreatywnych rozwiązań tego samego problemu.

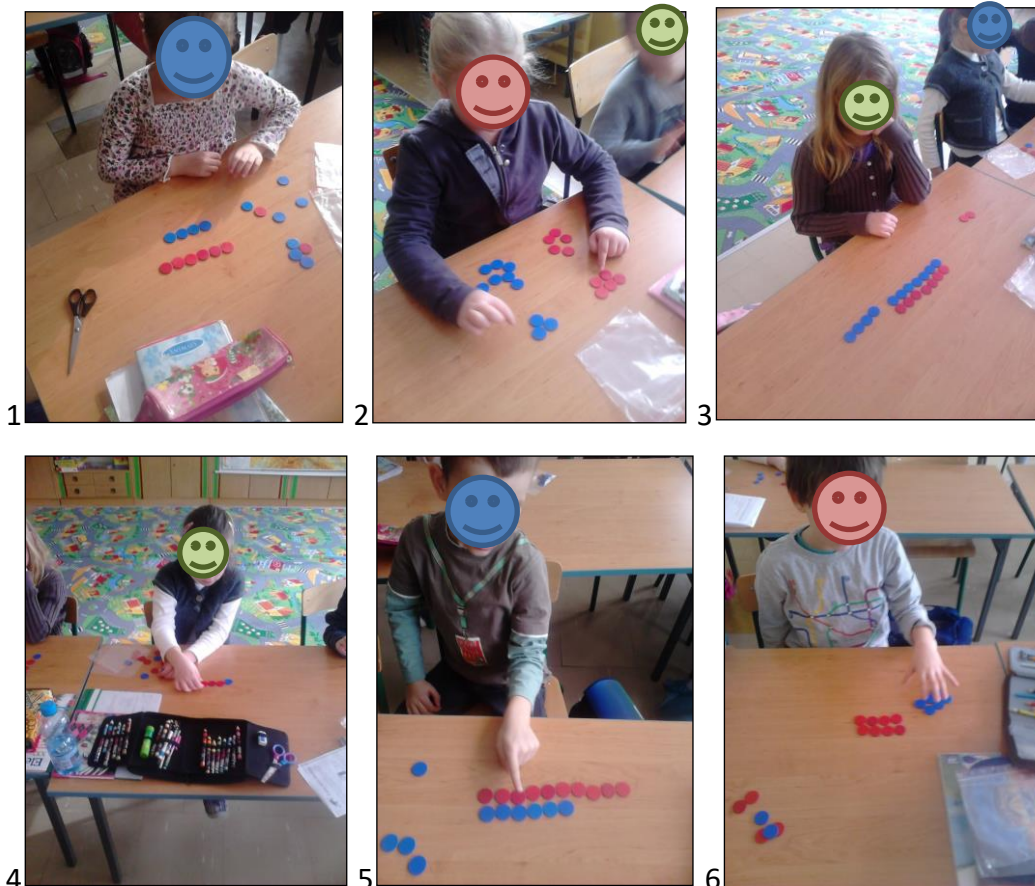
➤ Analizowanie i rozwiązywanie zadań, dostrzeganie problemów matematycznych, tworzenie własnych strategii ich rozwiązania jest jednym z osiągnięć uczniów zapisanych w podstawie programowej. Z zadaniami otwartymi moje pierwszaki radziły sobie wkrótce po rozpoczęciu nauki w szkole. Początkowo rozwiązywały je *metodą naturalną* (Dąbrowski, 2008, s. 88). Uczniowie odtwarzali sytuację z zadania za pomocą rzeczywistych przedmiotów. Jesienią przyniosłam do klasy owoce i oprócz typowego obliczania „Ile owoców



jest razem?”, dzieci sprawdzały ile np. wśród sześciu (także siedmiu i dziesięciu) owoców może być jabłek, gruszek, śliwek. O swoich pomysłach opowiadały układając wybrane owoce na trzech talerzach, a potem wspólnie sprawdzaliśmy, czy rzeczywiście jest ich właściwa ilość. Oczywiście w klasie wywiązała się dyskusja, czy na jednym talerzu może być pusto, wtedy owoców np. gruszek będzie „0” (bo ktoś już je zjadł). Pierwszaki uznały, że może i na pozostałych talerzach układały tylko jabłka i śliwki. Ten sposób rozwiązania zadania był jawnym zerwaniem z matematyczną tradycją. Uczniowie badali składniki różnych liczb zanim, według nauczania podręcznikowego, mogli je „poznać”. Czy rzeczywiście przychodząc do szkoły pierwszaki nie znają kolejnych liczb? Przecież już w wieku 2-3 lat na prośbę mamy, taty, czy babci pokazują na paluszkach „ile mają latek”. Nie ma więc co się dziwić, że wielu pierwszacom trudno jest wysiedzieć na zajęciach w szkole, podczas których przez kilkanaście minut muszą poznawać liczbę 1 ...

➤ Następnie niezwykle przydatna okazała się *metoda symulacji* (Dąbrowski, 2008, 88). Nie zawsze, a w zasadzie dość rzadko, dla przedstawienia sytuacji opisanej w zadaniu, można korzystać z rzeczywistych przedmiotów. Trudno bowiem przynieść do klasy samochody, motory, zajęcia czy sarenki albo też zgromadzić rozdać dzieciom odpowiednią ilość złotych. Dlatego bardzo przydatne okazują się wtedy żetony, klocki, patyczki, kasztany, a więc wszystkie dostępne w otoczeniu dziecka przedmioty. Przedmioty te zastępują np. jabłka, natomiast kartki papieru – talerze. Uczniowie manipulują nimi – układają, przesuwają, przeliczają i w ten sposób rozwiązują zadanie. Moje pierwszaki bardzo często korzystały z liczmanów. Oto przykład:

Zad.1. W kilku podanych przeze mnie zadaniach dwie dziewczynki (Ola i Monika) miały pewną ilość pieniędzy (początkowo tej ilości nie określałam, potem proponowałam konkretną sumę np. 10 zł, 12 zł lub 20 zł). Dzieci miały ułożyć tyle żetonów, ile pieniędzy może mieć każda z nich, jeżeli jedna dziewczynka ma od drugiej więcej np. o 2 zł, o 4 zł ...



Ilustracje 1-6. Metoda symulacji

Zdjęcia ilustrują pomysły dzieci. Część z nich „zamyka się” w pierwszej dziesiątce, jednak wykraczanie poza nią pierwszacom nie sprawiło kłopotu. Pamiętajmy – tego typu zadania pojawiły się w naszej klasie już w pierwszym semestrze!

➤ Potem w zadaniach otwartych uczniowie stosowali *metodę rysunkową* „Rysowanie zadania” uznawane jest za „jedną z najpotężniejszych strategii służących rozwiązywaniu zadań na każdym szczeblu edukacji, nie tylko w klasach I-III” (Dąbrowski, 2008, 89). Zadanie o jałkach można szybko i wygodnie rozwiązać za pomocą, bardziej lub mniej realistycznego, rysunku.

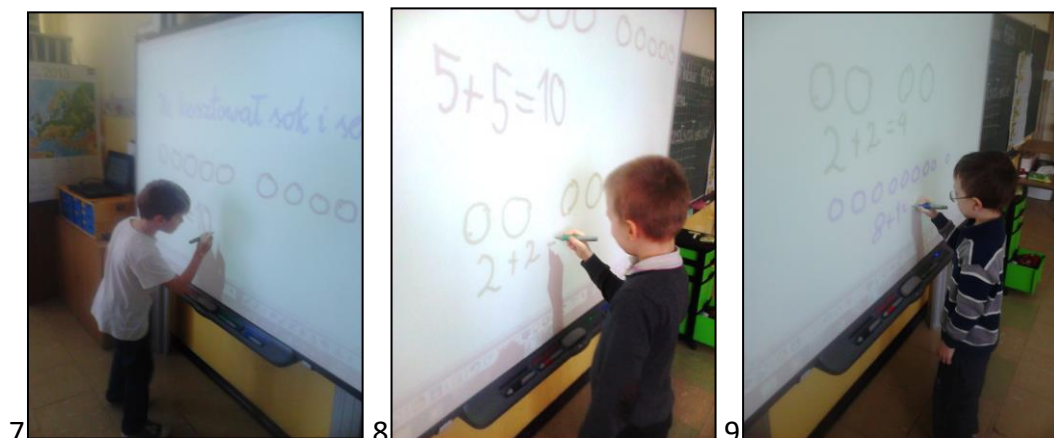
Poniżej zadanie rozwiązywane przez moich uczniów:

Zad.2. Mama kupiła ser i sok. Dała do kasy 10 zł. Ile kosztował ser, a ile sok?

Po podaniu przez uczniów wielu cen sera i soku (np. 5 zł i 5 zł, 4 zł i 6 zł ...), czasami bez rysunku, bo w zakresie 10 pierwszaki liczyły już wtedy doskonale, w klasie wywiązała się dyskusja „Czy zakupy kosztowały 10 zł i czy wynik



dodawania musi wynosić 10?” Dzieciaki uznały, że nie „*bo przecież mama mogła dostać resztę!*”, a potem podały i narysowały szereg rozwiązań. Czy do ćwiczeń rachunkowych rzeczywiście niezbędne nam są nudne słupki w kartach pracy? Jedno zadanie otwarte i dodawanie w zakresie 10 można ćwiczyć całą lekcję, a gdy uczniowie zaczną obliczać „*ile mama otrzymała reszty*” to zaczniemy się zastanawiać jak powstrzymać ich od liczenia... (na chwilę zatrzymać ich rozpędzone umysły), **bo przecież nic tak nie rozwija uczniów, jak dyskusja oraz realizowanie i modyfikowanie własnych pomysłów.**



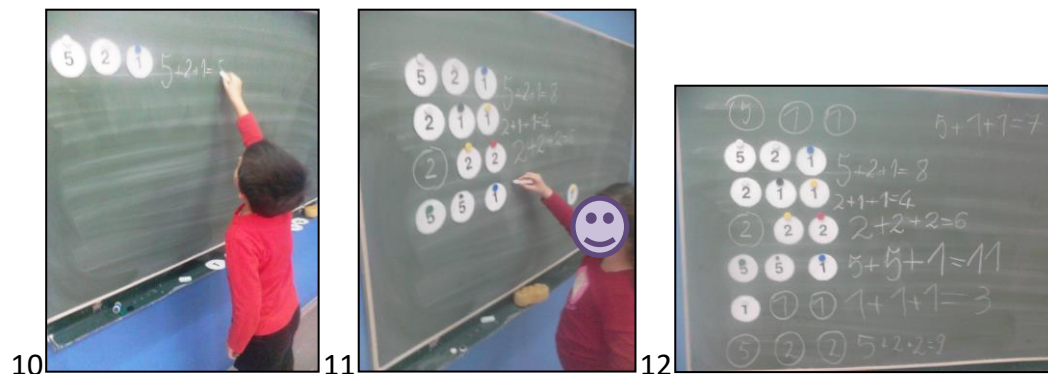
Ilustracje 7-9. Metoda rysunkowa

➤ W końcu zadania otwarte uczniowie rozwiązywali także za pomocą symboli (liczb i znaków). Jest to, według Mirosława Dąbrowskiego „*najtrudniejszy i najbardziej formalny sposób rozwiązania zadania*” (Dąbrowski, 2008, s. 89) Dlatego niezależnie od tego, czy moi uczniowie rozwiązywali zadanie otwarte, czy też zamknięte, zachęcałam ich do wykorzystywania liczmanów albo rysunku. Oczywiście wybór metody zawsze należał do dzieci. Jeżeli proponowały rozwiązanie zadania za pomocą symboli nie zabraniałam. Upewniałam się tylko, czy rozumieją sens zapisanego działania. Rozwiązanie symboliczne, czasem połączone z metodą symulacji, stosowaliśmy m.in. w poniższych zadaniach.



Zad.3. Masz w kieszeni 3 monety. Żadna z nich nie jest mniejsza niż 1 złoty.

Jaka może być ich łączna wartość.



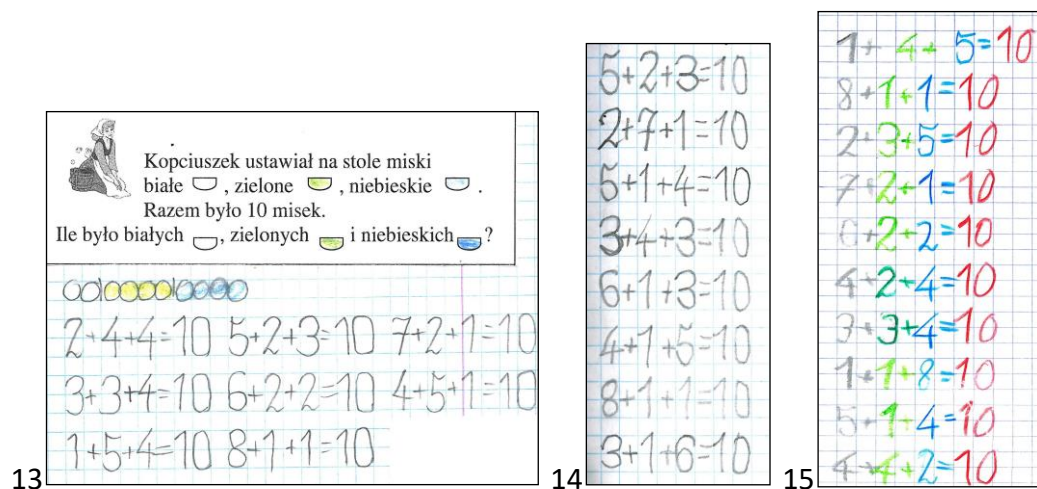
Ilustracje 10-12. Metoda symboliczna

Zad.4.

Kopciuszek ustawiał na stole miski białe , zielone  i niebieskie .

Razem było 10 misek. Ile było białych, ile zielonych, a ile niebieskich?

Rozwiązania Weroniki, Amadeusza i Marcela



Ilustracje 13-15. Metoda symboliczna

Początkowo, gdy rozwiązywaliśmy zadania otwarte, uczniowie proponowali jedno rozwiązanie. Bardzo szybko jednak okazało się, że propozycje dzieci są różne, ale każda z nich jest poprawna i ważna (przede wszystkim dla jej autora). Równie szybko uczniowie stwierdzili, że jedno zadanie może mieć wiele rozwiązań i ich przedstawianie stało się czymś zupełnie naturalnym.



Dzisiaj wszystkie dzieci wiedzą, że każdy pomysł jest dobry i wartościowy i znalezienie wielu możliwych rozwiązań nie sprawia im żadnego kłopotu.

2.2. Myślenie zaczyna się od pytań

Po drugie myślenie zaczyna się od pytań, próbujmy więc pytać i zachęcać do tego swoich uczniów!

Tak jak może być wiele rozwiązań jednego zadania, tak może też być do niego wiele pytań. Wystarczy je odpowiednio zredagować.. Na samodzielne formułowanie przez uczniów kilku pytań do zadania musiałam trochę poczekać. Dzieci najpierw poznawały strukturę zadań tekstowych, wyszukiwały pytanie w zadaniu podanym przez nauczyciela, czytany samodzielnie, ułożonym z rozsypanki albo do obrazka, dobierały też spośród kilku właściwe pytanie do konkretnego zadania, w końcu pytania zaczęły układać. Niezawodna okazała się, znana zapewne wszystkim, metoda kruszenia. Bazuje ona na naturalnej ciekawości dzieci i składa się ona z pięciu kluczowych elementów (pomysł, plan, przebieg, wyciąganie wniosków, podsumowanie). Rozwija ona kreatywność uczniów i ich kompetencje społeczne. Po kilku próbach układania przez uczniów pytań do zadania bazowego, wspieranych powtarzanym przeze mnie pytaniem „o co jeszcze możemy zapytać?”, zdarzyło się kiedyś, że dzieci układały pytania prawie całą lekcję... Pominęłam wtedy ich zapisywanie, analizę i układanie do nich działań, gdyż zależało mi na tym, aby uczniowie wygenerowali jak najwięcej pomysłów i muszę przyznać, że liczba ułożonych przez dzieci pytań przeszła moje oczekiwania.

Układanie i rozwiązywanie zadań to jedno z osiągnięć zawartych w podstawie programowej. Oto przykładowe zadanie bazowe i pytania wymyślone przez moich uczniów:

Zad.5. W sklepie było 18 zabawek. W ciągu jednego dnia sprzedano 4 małe piłki i dwa brązowe misie. Drugiego dnia klienci kupili trzy duże piłki, jedną lalkę i 4 białe misie.



Pytania Maksa, Mikołaja, Weroniki i Patrycji

16
He zostało zabawek w sklepie?
He zostało pitek w sklepie?
He zostało lalek w sklepie?

17
He sprzedano misi?
He sprzedano zabawek?
He było zabawek w sklepie?

18
1. He było wszystkich zabawek?
2. He wykupiono misiów?
3. He wykupiono dwóch pitek?
4. He zostało misiów jeżeli dzieci wykupiły 1 brązowego misia i 3 białe?
5. He teraz jest pitek jeżeli dzieci kupiły 2 białe i 3 misie?
6. He zabawek zostało po pierwszym dniu?

19
He było wszystkich zabawek?
He sprzedano misi w ciągu jednego dnia?
He takżnie sprzedano pitek?
He sprzedano lalek?
He kupiono białych misi?

Ilustracje 16-19. Pytania do zadania tekstowego

Gdybym nie była świadkiem układania przez dzieci pytań, nie uwierzyłabym chyba, że ich autorami są uczniowie klasy pierwszej... Zadawanie pytań przez dzieci, nie tylko do zadań tekstowych, jest ważne, **bo przecież nic tak ich nie rozwija, jak układanie i zadawanie pytań właśnie**. Pamiętajmy jednak, że równie ważne jest zadawanie pytań przez nauczyciela. Pytania „dlaczego?”, „jak to obliczyłeś?”, powinny znaleźć się w jego codziennym „użytkowym języku matematycznym”.



2.3 Każdy potrafi ułożyć zadanie

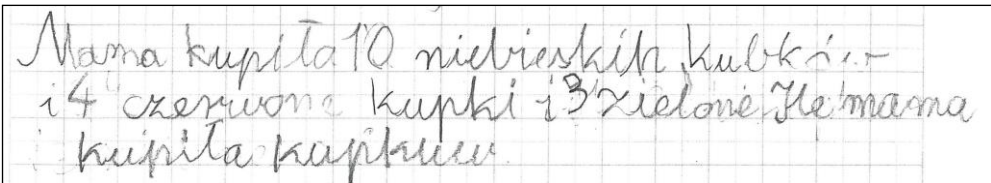
Po trzecie każdy potrafi ułożyć zadanie, a potem je rozwiązać.

Samodzielne (lub w grupach) układanie przez uczniów zadań tekstowych poprzedziłam wszystkimi wymienionymi już wyżej ćwiczeniami. Dodać muszę, że ustne układanie zadań, przede wszystkim do ilustracji, rozpoczęliśmy dość szybko. Początkowo były to zadania bardzo proste typu „W lesie były 4 sarenki i jeszcze 3 sarenki. Ile jest razem?”, później treść ułożonych przez dzieci zadań stawała się coraz bardziej rozbudowana. Pierwszaki układały zadania zazwyczaj do ilustracji, ale także do działania lub podanego przeze mnie pytania. Często też modyfikowały zadanie z podręcznika. Świetnym pomysłem (nie moim, Krystyny – nauczycielki z SP 13 z Bydgoszczy) jest opracowanie zbioru uczniowskich zadań. To jeszcze przed nami... Poniżej zadania ułożone przez dzieci do ilustracji w podręczniku, na której przedstawiono kubeczki w trzech różnych kolorach – 10 niebieskich, 4 czerwone i 3 żółte.

Gracja, Weronika

17 

Martynka,

18 



Amadeusz

W sklepie było 17 kubeczków dziewczynka
kupiła 11 kubeczków ile kubeczków zostało.
 $17 - 11 = 6$

19

Wiktor, Albert

Mama kupiła 10 niebieskich U.
Mama paliła sok do 5 U.
Ile kubków zostało pustych?

20

Amelka, Martynka

był jest 10 niebieskich kubków. doła
żyli 4 czerwonych kubków i dołox
ono 3 zielone. Ile jest teraz kubków?
 $10 + 3 + 4 = 17$

21

Ilustracje 17-21. Zadania ułożone przez uczniów

Wszystkie zadania ułożone przez dzieci są o kubeczkach, bo taki był obrazek, jednak każde opowiada inną matematyczną historię. Wprawdzie ortografia nie nadąża za matematyką, ale na wszystko przyjdzie czas...

I jeszcze jedno zadanie. Jego autorką jest Patrycja – sama je ułożyła, zapisała, rozwiązała... Ja poprosiłam uczniów, aby rozwiązali zadanie Patrycji. Przyznać muszę, że dziewczynka była tym pomysłem zachwycona i jestem pewna, że w przyszłości ułoży nowe zadanie, i że w jej ślady pójda kolejni uczniowie, **bo nic tak nie rozwija dzieci, jak dostrzeganie i docenianie ich wysiłku, zaangażowania i pomysłowości.**



Patrycja miała $2zł$ $20gr$ $50gr$
a Gracja $5zł$ $50zł$ $10gr$
Jedno ciastko kosztuje $15zł$ $10gr$
Cie ciastek może kupić Pati?
Nie ciastek może kupić Gracja
Nie ciastek mogą kupić wspólnie

1. $22zł$ $50gr$ - $15zł$ $10gr$ = $7zł$ $40gr$
2. $55zł$ $10gr$ - $15zł$ $10gr$ = $40zł$
3. $40zł$ $90gr$ - $15zł$ $10gr$ = $24zł$ $80gr$
 $24zł$ $80gr$ - $15zł$ $10gr$ = $9zł$ $80gr$
1 zł

3. $22zł$ $50gr$ + $55zł$ $10gr$ = $77zł$ $60gr$
 $77zł$ $60gr$ - $15zł$ $10gr$ = $62zł$ $50gr$
 $62zł$ $50gr$ - $15zł$ $10gr$ = $47zł$ $40gr$
 $47zł$ $40gr$ - $15zł$ $10gr$ = $32zł$ $30gr$
 $32zł$ $30gr$ - $15zł$ $10gr$ = $17zł$ $20gr$
 $17zł$ $20gr$ - $15zł$ $10gr$ = $2zł$ $10gr$
Patrycja może kupić 1 ciastko.
Gracja może kupić 3 ciastka.
Wspólnie mogą kupić 5 ciastek.

Ilustracje 22-23. Zadanie ułożone przez ucznia

Poniżej kilka rozwiązań zadania Patrycji zapisanych przez jej koleżanki i kolegów – Marcela, Olę, Monikę i Amadeusza.

$2zł$ $20gr$ + $50gr$ = $22zł$ $50gr$
Patrycja może kupić 1 ciastko.
 $5zł$ $50gr$ + $10gr$ = $55zł$ $10gr$
Gracja może kupić 3 ciastka

1. $22zł$ $50gr$ - $15zł$ $10gr$ = $7zł$ $40gr$
Patrycja kupi jedno ciastko.
2. $55zł$ $10gr$ - $15zł$ $10gr$ = $40zł$
 $40zł$ - $15zł$ $10gr$ = $2zł$ $90gr$
 $24zł$ $90gr$ - $15zł$ $10gr$ = $9zł$ $80gr$

$20zł$ $20gr$ + $50gr$ = $22zł$ $50gr$ Patrycja
 $5zł$ $50gr$ + $10gr$ = $55zł$ $10gr$ Gracja
Patrycja może kupić 1 ciastko
Gracja może kupić 3 ciastka
 $22zł$ $50gr$ + $55zł$ $10gr$ = $77zł$ $60gr$

P $20zł$ $20gr$ + $50gr$ = $22zł$ $50gr$ = 1c
G $50zł$ $50gr$ + $10gr$ = $55zł$ $10gr$ = 3c
W $20zł$ $20gr$ + $50gr$ + $50zł$ $50gr$ + $10gr$ = $77zł$ $60gr$ = 5c

Ilustracje 24-27. Przykłady rozwiązań



Trzeba przyznać, że zadanie Patrycji nie było łatwe chociażby ze względu na dość duże wartości liczbowe oraz kontekst obliczeń pieniężnych, w których wystąpiły złotówki i grosze, jednak część uczniów zdecydowała się podjąć wysiłek i odniosła sukces. Dlaczego? Może dlatego, że zadanie było realistyczne, miało praktyczny charakter. Może zdarzyło się już, że dzieci szacowały, czy określona suma pieniędzy wystarczy im na zakup określonej ilości „towaru”. Zadania bliskie dzieciom, nawiązujące do sytuacji, które dzieci same przeżyły lub mogłyby przeżyć, są dla nich bardziej przyjazne i chętniej podejmują wysiłek, aby je rozwiązać. Warto jeszcze zwrócić uwagę na rozwiązanie Amadeusza. Pojawiła się w nim notacja dziesiętna. Czy to możliwe, aby pierwszak znał ułamki dziesiętne? No cóż – jak się okazuje jest to możliwe!



2.4 Z obrazków i liczb można tworzyć wzorki

Po czwarte z obrazków i liczb można tworzyć wzorki, a przy okazji można stać się autorem praw i reguł matematycznych.

„Wzorki” to rytmy, serie, szlaczki z powtarzającymi się elementami, także sekwencje obrazkowe i liczbowe. Uczniowie mogą je analizować, badać, sprawdzać co i dla-czego się powtarza. Sprawdzając, w sposób zupełnie naturalny, dostrzegają związki i zależności, dostrzegają reguły i prawidłowości, które później wykorzystują w tworzeniu matematycznych praw. Mogą, a raczej powinny robić to również pierwszaki.

➤ Moje pierwszaki bardzo lubią „wzorki” i radziły sobie z nimi doskonale już we wrześniu, gdy doradzały kotkowi Psotkowi jak ma zażywać witaminki, a króliczkowi jak stosować krople do nosa.

Poniżej pomysły Wiktora P.

28

Kotek Psotek dostał witaminki i przepis jak je zażywać:

dzień	witaminki
poniedziałek	2
wtorek	3
środa	4
czwartek	5
piątek	6
sobota	7
niedziela	8

Dorysuj, ile witaminek powinien zażyć w środę, a ile w sobotę. Najpierw odkryj zasadę.

29

Króliczek dostał od doktora Ojboli krople na katar i przepis jak je zażywać:

dzień	krople
poniedziałek	6
wtorek	5
środa	4
czwartek	3
piątek	2
sobota	1
niedziela	0

Dorysuj, ile kropli powinien zażyć w środę, a ile w sobotę. Najpierw odkryj zasadę.

Ilustracje 28-29. Sekwencje obrazkowe

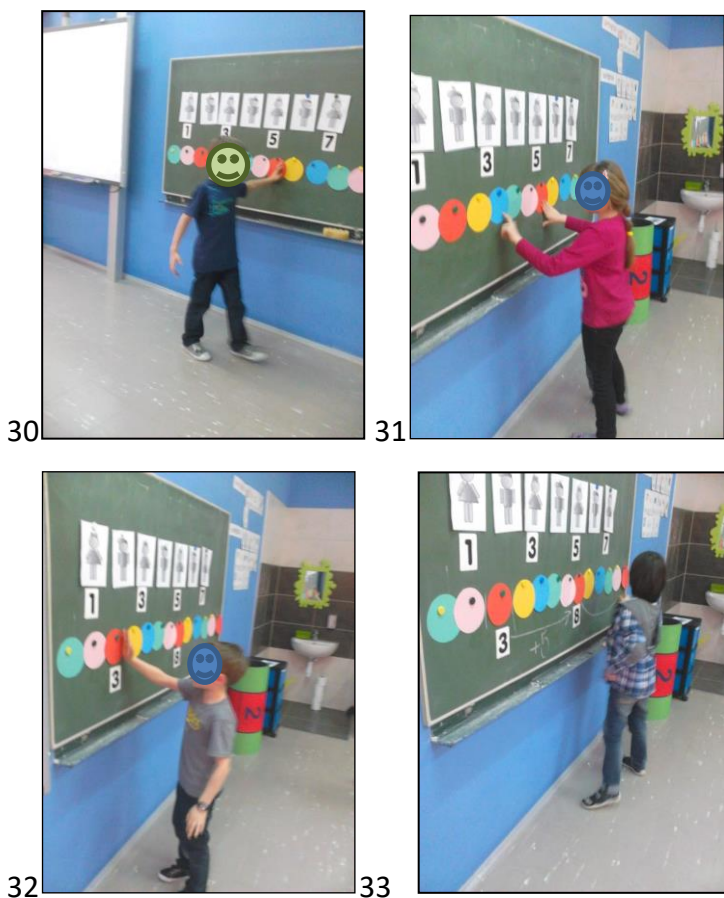


- Odkrywały także reguły np. w zadaniu:

Zad.6. Martynka kolorowała kolejne piłki. Pierwsza była zielona, druga różowa, trzecia czerwona, czwarta żółta, a piąta niebieska. I tak dalej.

Pomyśl, na którym z kolei miejscu będzie trzecia z kolei piłka czerwona.

W podanej w zadaniu kolejności dzieci umieściły serię piłek na tablicy i zaczęły sprawdzać, które miejsce zajmuje piłka czerwona.



Ilustracje 30-33. Sekwencje obrazkowe

Mikołaj policzył, a potem dostrzegł, że piłka czerwona jest na 3. i 8. miejscu, jest również na 13 i 18. Uznał więc, że musi być także na 23. i 28. miejscu, a potem na 33. i 38., 43. i 48. I tak dalej... Inni uczniowie zauważyli, że kolory piłek powtarzają się "co pięć". Do pierwszej czerwonej piłki trzeba dodawać "5", a więc piłka czerwona będzie trzecia, ósma, (bo $3 + 5 = 8$), trzynasta, (bo $8 + 5 = 13$), osiemnasta (bo $13 + 5 = 18$), a potem 23., 28., 33., 38., 43., 48. ...



- Pierwszaki sprawdzały również jak zmieniają się wzorki ułożone z kwiatów i motyli, czyli jak zmienia się suma, gdy jeden i drugi składnik tej sumy rośnie.



34



35



36

Ilustracje 34-36. Sekwencje obrazkowe

W pierwszym rzędzie był 1 kwiat i 2 motyle, w drugim 2 kwiaty i 3 motyle, w kolejnym 3 kwiaty i 4 motyle ... Martynka ułożyła więc jeszcze jeden rząd z serii - 4 kwiaty i 5 motyli. Dzieci zauważyły, że w każdym kolejnym rzędzie liczba kwiatów i oraz liczba motyli wzrasta o 1. Potem obliczały kolejne sumy w rzędach. Wyniosły one 3, 5, 7, 9, 11. Wielu uczniów spostrzegło, że suma kwiatów i motyli w każdym kolejnym rzędzie wzrasta o 2. Dlaczego? Wyjaśnił to Wiktor stwierdzając, że „jeżeli rośnie o 1 liczba kwiatów i o 1 liczba motyli, to ich suma musi być większa o 2”. Na koniec rozstrzygaliśmy jeszcze jeden problem - ile kwiatów i ile motyli będzie w dziesiątym rzędzie tej serii i jaka będzie ich suma? Również na to pytanie dzieci znały odpowiedź. Maks stwierdził, że jeśli



w pierwszym rzędzie jest 1 kwiat, w drugim 2, a w trzecim 3, to w dziesiątym będzie ich 10, a motyli o 1 więcej, czyli 11. Suma będzie wynosić 21. „*To proste*” – powiedział Maks. Czyż nie miał racji?

➤ O liczbach parzystych i nieparzystych uczniowie mojej klasy wiedzą chyba wszystko (no, może trochę przesadziłam). Oczywiście sama nie wprowadzałam



tego pojęcia, nawet nie miałam takiego zamiaru.

Liczby parzyste i nieparzyste pojawiły się w klasie przypadkiem, gdy Olaf wyjaśniał różnicę między liczbą 6, a liczbą 5. „*Szóstkę można ustawić w parę, a piątki nie można*” – powiedział Olaf, a Kuba H. dodał, że szóstka jest parzysta, a piątka nieparzysta.

Przyznam się, że obaj chłopcy bardzo mnie wtedy zaskoczyli.

Ilustracja 37. Liczby parzyste

Potem spacerowaliśmy po liczbach parzystych i nieparzystych, „żywe liczby” parzyste i nieparzyste łączyły się ze sobą w łańcuchy..., ale to już zupełnie inna historia, więc wracam do wzorków. Uczniowie ustalali zasadę w poniższym zadaniu:

Zad.7. Dziewczynki i chłopców ustawiono zgodnie z pewną zasadą. Odkryj jaka to zasada.



Po ułożeniu obrazków dzieci ustalały kto jest na pierwszym miejscu, a kto na trzecim, piątym i szóstym, a następnie zastanawiały się kto będzie na miejscu dziesiątym, piętnastym, a później nawet na 87., 104., 1528.! Przy niższych liczbach, liczyły na palcach. Później zauważyły, że dziewczynki to liczby nieparzyste, a chłopcy to liczby parzyste. Olaf dodał, że obrazki należy liczyć "co dwa", a więc dziewczyny będą na 1., 3., 5., 7., 9., 11..... miejscu, a chłopaki



na 2., 4., 6., 8., 10.... Ciekawy pomysł miała Kasia twierdząc, że „104. będzie chłopak - bo 100 to dziesięć dziesiątek i skoro dziesiąty jest chłopak, to setny będzie także chłopak, a potem jeszcze tylko cztery”. Podczas dyskusji o dużo wyższych liczbach (np. 1528) powstała też klasowa reguła (Maksa i Kasi) w liczbach wielocyfrowych „pierwsze liczby (cyfry) nie mają znaczenia, bo najważniejsza jest ostatnia liczba (cyfra), jeżeli jest parzysta, to w naszym wzorku będzie oznaczała chłopaka, a jeśli nieparzysta - dziewczynę”. Po kilku tygodniach powstawały kolejne reguły dotyczące liczb parzystych i nieparzystych:

1. „Jak dodamy dwie liczby parzyste, to wynik też będzie liczbą parzystą”
(Amelka)
2. „Jak dodamy liczbę parzystą i nieparzystą, to wynik będzie nieparzysty”
(Kuba, Maks)
3. „Jak dodamy dwie liczby nieparzyste, to wynik będzie liczbą parzystą”
(Wiktor W.)

I jeszcze kilka fotografii z odkrywaniem przez uczniów prawidłowości...

- „Co robi maszynka?” (Dąbrowski, Wiatrak, 2009a,)



38



39



40



41



42



43

„Ile cegieł potrzeba do zbudowania kolejnej figury” (Dąbrowski, 2009)



44



45



46

Ilustracje 2 38-46. Sekwencje liczbowe

Zadań z „wzorkami” było znacznie więcej i każdy pierwszak podczas zajęć z ich układaniem miał coś do powiedzenia, nawet wtedy, gdy przy tworzeniu wzorków liczbowych pojawiły się liczby ujemne, **bo przecież nic tak nie rozwija uczniów,**



jak wykorzystywanie ich spontanicznej aktywności w poszukiwaniu, badaniu i odkrywaniu.

2.5 Warto suchać bajek

Po piąte warto słuchać bajek nie tylko na dobranoc, a potem uczestniczyć w przygodach bajkowych postaci.

Rozwiązywanie zadań tekstowych wcale nie musi być nudne. Zadania można wpisać w znane nieznane uczniom bajkowe historie... Bajki lubią przecież i dorośli i dzieci. Każdy chętnie ich słucha, chętnie je ogląda lub czyta. Obejmując po raz kolejny pierwszą klasę zastanawiałam się jak jeszcze uatrakcyjnić zajęcia, podczas których chciałam zachęcić uczniów do rozwiązywania zadań tekstowych. Bowiem umiejętność rozwiązywania zadań uważam za jedną z najważniejszych umiejętności, którą mamy rozwijać u uczniów klas młodszych, chociaż przyznać trzeba, że nie jest to takie proste (stąd moje poszukiwania). Poszukując ciekawych zadań natknęłam się na matematyczne bajki. Znalazłam ich wiele – o Czerwonym Kapturku, Calineczce, Kopciuszku i inne (Wolny, 2014, M. Kowalska, 2013). Bajki te stały się podstawą do opracowania moich własnych historii z szeregiem zadań nietypowych, czyli takich, których w szkolnych kartach pracy poszukujący nauczyciel nie znajdzie. Zajęcia z bajką rozpoczynałam najczęściej od przypomnienia jej „na dużym ekranie” (mamy w szkole tablice interaktywne, więc nie było to trudne). Potem czytałam uczniom kolejne fragmenty bajek, aż do momentu, gdy jej bohater albo uczniowie musieli coś policzyć. Oto przykłady bajkowych zadań i sposobów rozwiązywania ich przez dzieci.

➤ Zadania z bajki o Czerwonym Kapturku:

Zad.8. Wilk zaczął gonić Czerwonego Kapturka. Zanim go złapał i zjadł, po drodze potracił 10 talerzy. Zbił wszystkie oprócz 6, gdyż był to bardzo niezdarny wilk. Ile talerzy zostało?



47



48

Ilustracje 47-48 Rozwiązania uczniów

Zadanie o talerzach jest jednym z tych, w których odpowiedź podana jest w treści. Część uczniów na kartce z rozwiązaniami napisała po prostu 6. Mikołaj wyjaśniając zadanie przy tablicy, umieścił na niej 10 talerzy i pionową kreską oddzielił te, które zbił niezdarny wilk (4) od tych, które zostały (6). Gracja i Weronika dopisały następnie dwa działania eksponując liczbę, która była rozwiązaniem zadania.

Zad.9. Kapturek i babcia poczęstowały wilka rogalikami. Kapturek położył sobie na talerzu 6 rogalików, a wilk 2 rogaliki. Ile rogalików Kapturek musi oddać wilkowi, żeby mieli tyle samo?



49



50

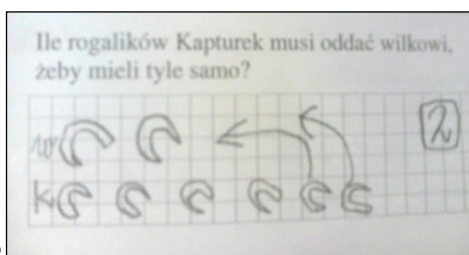


51

Ilustracje 3 49-51. Rozwiązania uczniów cd.

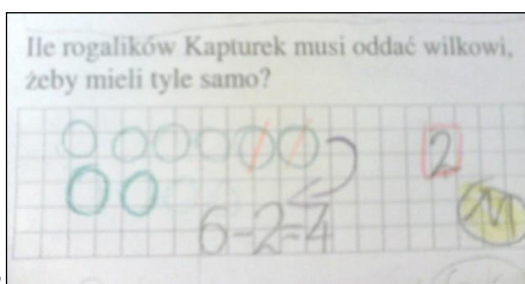
Rozwiązując zadanie 9. pierwszaki rysowały rogaliki Kapturka (6) i rogaliki wilka (2), a następnie skreślając je, rysując strzałki zaznaczały 2 rogaliki, które powinien oddać Kapturek.

Amadeusz



52

Wiktor P.



53

Ilustracje 52-53. Rozwiązania uczniów

Kasia (na zdjęciu) wyjaśniając zadanie przesuwała rogaliki tak, aby obie bajkowe postacie miały ich „po równo”, przesunęła 2, a Gracja zapisała odpowiednie działanie, zakończyła je ku mojemu zaskoczeniu równością $4 = 4$.



➤ Zadania z bajki o Kopciuszku:

Zad.10. Różdżka wróżki pokryta była pięcioma błyszczącymi kryształkami.

Kryształki umieszczono na różdżce co 2 cm. Pierwszy z nich umieszczony był na początku różdżki, a ostatni na jej końcu. Jaka długa była różdżka?

Rozwiązując zadanie Weronika i Maks od razu wzięli linijkę i umieścili (w myślach) pierwszy kryształek na linii oznaczającej "0", a potem kolejne "co dwa".

Wykorzystując narzędzie, które mieli pod ręką, obliczyli, że różdżka ma długość 8 centymetrów.



54



55

Ilustracje 54-55. Przykłady rozwiązań

Własne rozwiązania narysowali na tablicy Kuba M., Wiktor P. oraz Martynka L.

i Patrycja. Kuba i Wiktor liczyli długość różdżki dodając kolejne dwójki oznaczające 2 cm długości między kryształkami - na tablicy zapisywali więc liczby 0, 2, 4, 6, 8. Martynka każdy centymetr oznaczała kółkiem, a Patrycja zapisała 2 cm przy każdej odległości, a następnie zapisane liczby dodała: $2 + 2 + 2 + 2 = 8$.



56



57



58

Ilustracje 4 56-58. Przykłady rozwiązań cd.



Jak widać pierwszaki wykazały się niezwykłą zaradnością matematyczną.

Podkreślałam słowo niezwykłą, gdyż bajkę o Kopciuszku czytaliśmy przed zakończeniem I semestru... Uczniowie wykorzystali wtedy właściwe narzędzia lub wykonali rysunek i z niego odczytali odpowiedź. Wspominałam już jak potężnym narzędziem podczas rozwiązywania zadań jest rysunek?

Zad.11. Córki macochy nie odchodziły od lustra, przymierzały suknie oraz pantofelki. Starsza przymierzyła 6 par butów, młodsza zaś 4 pary butów. Ile butów przymierzyły obie siostry ?

Gdy zobaczyłam rozwiązania dzieci, bardzo się ucieszyłam. Po pierwsze dlatego, że w treści zadania zauważyły słowo „pary” i wiedziały, iż para to dwie sztuki, a po drugie owe pary każdy uczeń na swój sposób potrafił oznaczyć na rysunku.

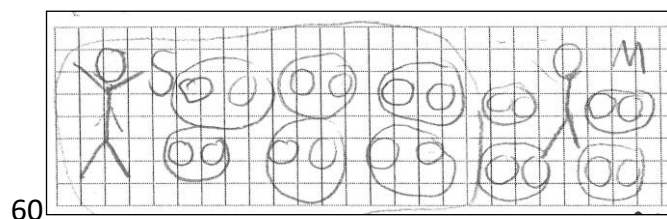
Poniżej kilka przykładowych rozwiązań

Albert

59

$$6 + 6 = 12 \quad 4 + 4 = 8$$
$$\text{oooooooooooooooooooo} = 20$$

Mikołaj

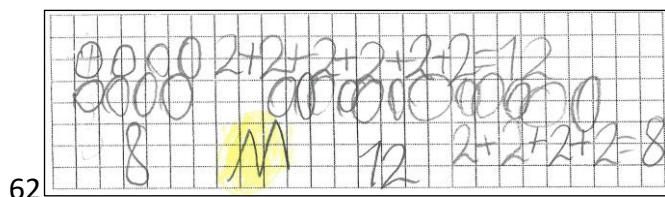


Kuba M.





Weronika Sz.



Ilustracje 59-62.

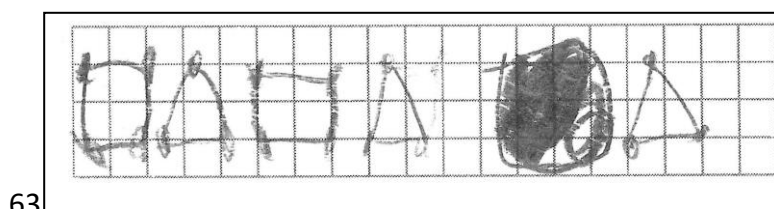
Rozwiązując zadania moje pierwszaki od początku posługiwały się rysunkiem, chyba, że uznawały, że warto skorzystać z liczmanów albo innych dostępnych im przedmiotów. Mam nadzieję, że w przyszłości nie zrezygnują z tych samodzielnych wyborów, **bo przecież nic tak nie rozwija dzieci, jak pozostawienie im swobody w wyborze narzędzi i metod rozwiązania zadania.**

W rozwiązaniu zadania o butach Kuba i Mikołaj nie zapisali żadnej liczby, a przecież jest ono poprawne i czytelne...

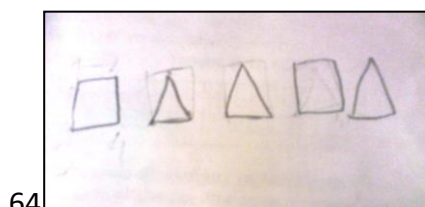
- Równie poprawne i czytelne są rozwiązania poniższego zadania:

Zad.12. Smerfy miały kwadraty i trójkąty. Ile miały trójkątów, a ile kwadratów, jeśli wszystkich wierzchołków („rogów”) było 17?

Kuba H.

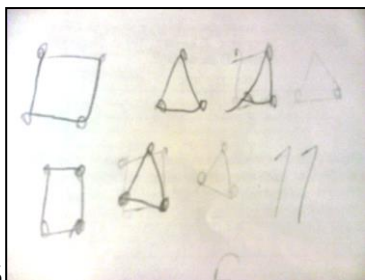


Weronika M.



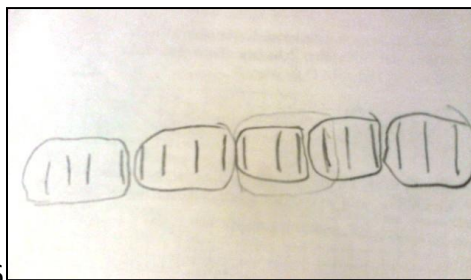


Ola



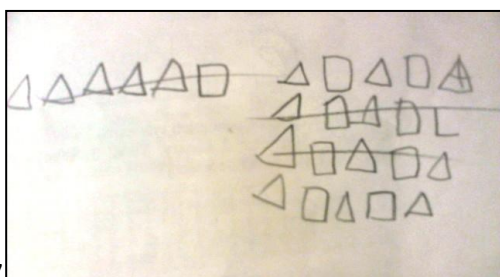
65

Amadeusz



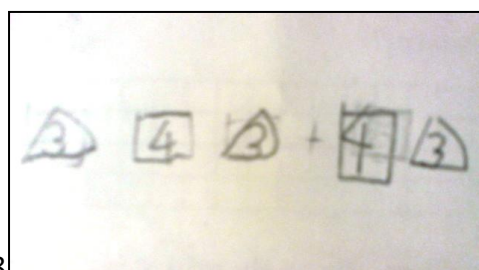
66

Olaf



67

Wiktor W.



68

Ilustracje 63-68. Przykłady rozwiązań

Pamiętam, że jako pierwsza zadanie rozwiązała Weronika Sz. "Rysowałam trójkąty i kwadraty i liczyłam rogi" – powiedziała. Okazało się, że podobnie rozwiązywali zadanie prawie wszyscy. Rysowali figury, liczyli "rogi", a gdy nie było ich 17, to zamieniali trójkąty na prostokąty lub odwrotnie. Jak widać oprócz strategii „rysowanie zadania”, pierwszaki doskonale poradziły sobie z zastosowaniem strategii „próbuj, poprawiaj i wyciągaj wnioski”. Strategię tę dzieci wykorzystały spontanicznie, bez żadnej podpowiedzi. Nie mam pojęcia dlaczego podstawa programowa ani słowem nie nawiązuje do tych jakże naturalnych i przyjaznych dzieciom strategii rozwiązywania zadań tekstowych, czyli „symulacji”, „rysowania zadania” i metody „prób i poprawek”, a proponuje zapisywanie rozwiązania zadania z treścią za pomocą „zapisu cyfrowego i znaków działań”.



2.6 Jak korzystać z podręcznika

Po szóste zadania z podręcznika nie muszą być nudne, wystarczy, że nie będą celem, a staną się narzędziem!

➤ W każdym podręczniku i we wszystkich kartach pracy znajdziemy m.in. tzw. „słupki”. Zadania tego typu można oczywiście „wypełniać”, ale można też wykorzystać je inaczej np. do badania prawidłowości. Zdarzało się dość często, że proponowane w ćwiczeniach zadanie z poleceniem „wpisz wynik” modyfikowałam, prosząc uczniów o dopisanie kolejnych działań. Najpierw jednak dzieci zastanawiały się czy coś łączy te działania, czy są między nimi jakieś różnice i czy tworzą jakąś serię („wzorek” liczbowy). Jeżeli uznali, że tak, przepisywałam działania z podręcznika, a pierwszaki dopisywały kolejne, pasujące do serii.

Seria działań
z kart pracy:

$$10 - 8 =$$

$$9 - 7 =$$

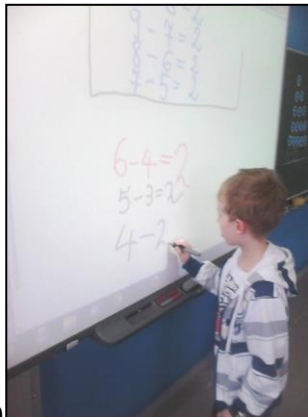
$$8 - 6 =$$

$$7 - 5 =$$

69



70



Ilustracje 69-70. Serie działań

To oczywiście nie wszystko. Po zapisaniu działań dyskutowaliśmy o tym, co i dlaczego zmienia się w następujących po sobie działaniach, co i dlaczego się nie zmienia, czy można w serii działań dostrzec jakąś prawidłowość.

Tworzenie „wzorków” liczbowych doprowadzało często do dość nieoczekiwanych sytuacji. Poniższa seria fotografii pokazuje, że uczniowie klasy pierwszej potrafią wykonywać odejmowanie na liczbach ujemnych (!). Ciekawe co na to autorzy podstawy programowej, którzy „każą” pierwszacom „*sprawnie dodawać i odejmować w zakresie 10*”. Chociaż, gdybym miała się bronić, upierałabym się, że moi uczniowie cały czas odejmowali w zakresie 10, tyle że w pewnym



momencie, w owym odejmowaniu, pojawiły się liczby mniejsze od „0”. Zapisy podstawy programowej „złamał” jedynie Maks, zapisując działanie: $-11 - 3 = -14$... Maks „przekroczył” dziesiątkę (!), ale **przecież nic tak nie rozwija uczniów, jak wykorzystywanie ich „pozaszkolnej” wiedzy i „pozaszkolnych” umiejętności.**

Seria działań
z kart pracy:
 $10 - 3 =$
 $9 - 3 =$
 $8 - 3 =$

71



72



73



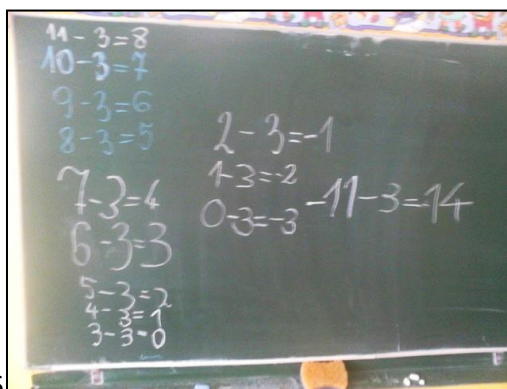
74



75



76



Ilustracje 71-76. Serie działań cd.



➤ Zadania z podręcznika można też wykorzystywać inaczej. Wspomniana już nauczycielka z SP 13 w Bydgoszczy, tworząc zbiór dziecięcych zadań tekstowych, umieszcza w nim zadania ułożone przez dzieci, które są modyfikacją zadań zaczerpniętych z ćwiczeń. Modyfikacja oznacza tutaj rozbudowanie, przekształcenie, utrudnienie podręcznikowego zadania. Naturalnie mam zamiar ten doskonały pomysł wykorzystać.

2.7 Nie tylko zadania i słupki

Po siódme nie tylko zadania i „słupki”, ale także tabelki, wykresy, diagramy, **bo nic tak nie rozwija uczniów jak różnorodność i nietypowość proponowanych im zadań !**

➤ W podstawie programowej czytamy, że uczeń kończący szkołę podstawową *„odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, diagramach i na wykresach”*, a uczeń rozpoczynający szkołę? Zobaczmy!

Rozwijanie umiejętności opisanej w podstawie programowej rozpoczęłam od prostej tabeli, z którą dzieci mogły spotkać się np. w sklepie.

Zasada stopniowania trudności obowiązuje przecież niezależnie od rodzajów stosowanych ćwiczeń i metod. Do danych z tabeli ułożyłam kilka pytań i poprosiłam uczniów o ich odczytanie. Najprostsze pytania dotyczyły oczywiście ceny poszczególnych towarów.

nazwa towaru	cena za 1 kilogram
jabłka	4 zł
pomidory	5 zł
ogórki	3 zł
winogrona	8 zł
ziemniaki	2 zł

Kolejne pytania związane były z zakupami, i aby na nie odpowiedzieć należało wyszukać dane w tabeli i wykonać prostą operację arytmetyczną np. *Ala kupiła 2 kg jabłek i 2 kg pomidorów. Ile zapłaciła? Albo Ile zapłaciłaby Ela za pół kilograma jabłek i jeden kilogram winogron?*



Zarówno z wyszukaniem informacji z tabeli, jak i z obliczeniem kosztów zakupów, dzieci nie miały kłopotu. Tabela była na tyle prosta, a treść zadania przyjazna (bo realistyczna), że każde dziecko obliczyło koszt zakupów Ali i Eli. Nawet cena pół kilograma jabłek nie była problemem. Informacje w tabeli stały się też doskonałą okazją do sformułowania zadania otwartego.

Zad.13. Tomek zapłacił za zakupy 16 zł. Co mógł kupić?

77

78

79

80

Ilustracje 77-80. Przykłady rozwiązań

Ola, Amadeusz, Monika, Olaf

Zwróćmy uwagę, że dzieci przedstawiając swoje pomysły na zakupy Tomka użyły symboli. Uczniowie sytuację opisaną w zadaniu wyrazili za pomocą obliczeń, dokonali więc jej matematyzacji (Dąbrowski, 2008, 71). Oczywiście rysowali także owoce, które symbolom nadawały sens. „Pokazywanie rozwiązania symbolicznego równoległe z rozwiązaniami enaktywnymi (przez działanie) i ikonycznymi (przez rysunek) jest najlepszą metodą budowania rozumienia tego, co dziecko w rozwiązaniu zadania robi”. (Dąbrowski, 2008, 72)



- Kolejne tabele były już bardziej rozbudowane. Poniższe zadanie opracowałam na podstawie tekstu z danymi liczbowymi „Biała szkoła” z „Raportu z badania ilościowego” (CKE, 2009, 87). Tekst w zadaniu jest tekstem niejednorodnym – oprócz informacji w tabeli, zawarte są w nim jeszcze dodatkowe informacje nad tekstem.

Ośrodek znajduje się w odległości 10 minut pieszo od Zakopanego. Z jego okien rozciąga się widok na przepiękną panoramę Tatr.

Ośrodek oferuje smaczne domowe jedzenie – pełne dzienne wyżywienie w cenie 20 zł (śniadanie 5 zł, obiad 10 zł, kolacja 5 zł)

Do wyboru pokoje różnej wielkości:

typ pokoju	liczba pokoi	cena za nocleg od 1 osoby
jednoosobowy	5	20
dwoosobowy	10	15
trzyosobowy	5	12
czterooosobowy	4	10
pięcioosobowy	4	8

Ilustracja 81. Zadanie niejednorodne

Rozbudowanie tabeli umożliwiło postawienie szeregu pytań dotyczących zawartych w niej informacji. W pierwszej klasie autorem pytań byłam ja, w przyszłości o ich sformułowanie poproszę dzieci.

Po ustaleniu jakimi pokojami dysponuje ośrodek, ile ich jest, ile jedna osoba musi zapłacić za miejsce w określonym pokoju, a więc po wyszukiwaniu danych w tabeli, poprosiłam uczniów o obliczenie m.in:

- Ile trzeba zapłacić łącznie za dwa śniadania i dwie kolacje? (Ola)

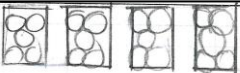
82

$5+5+5+5=20$
Cena za śniadanie i kolację wynosi 20 zł
Trzeba zapłacić 20 zł

- Ile jest łącznie miejsc w pokojach pięcioosobowych? (Weronika M., Wiktor P.)

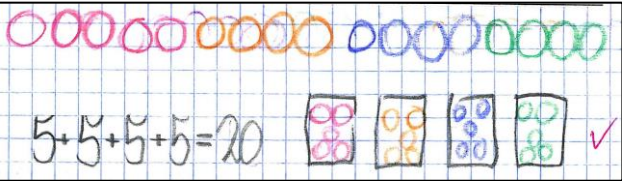


83


$$5+5+5+5=20$$

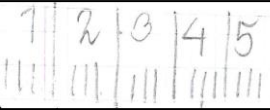
Razem jest 20 miejsc.

84

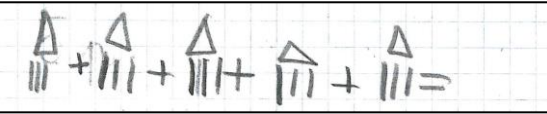

$$5+5+5+5=20$$

- Ile jest łącznie miejsc w pokojach trzyosobowych? (Mikołaj, Weronika, Patrycja)

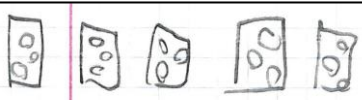
85


$$3+3+3+3+3=15$$

86

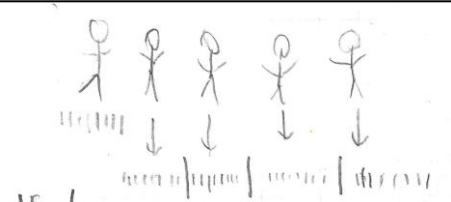


87


$$3+3+3+3+3=15$$
$$5 \cdot 3 = 15$$

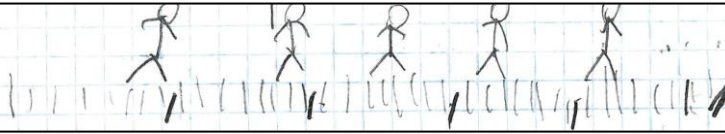
- Ile kosztuje nocleg dla pięciu osób w pokoju pięcioosobowym? (Igor, Kuba H.)

88



Nocleg kosztuje 40 zł.

89



- Ile zapłaci turysta za jeden nocleg w pokoju jednoosobowym i za jedno
dziennie wyżywienie?



(Marcel, Igor, Maks)

90

91

92

Ilustracje 82-92. Przykłady rozwiązań

Pytań oczywiście może być znacznie więcej, gdyż informacji w tabeli jest dużo.

Można formułować pytania dotyczące np. porównywania różnicowego „O ile droższy jest obiad od śniadania?”, „O ile tańszy jest nocleg dla jednej osoby w pokoju pięcioosobowym, niż w jednoosobowym?”, a także inne np. „Jakie posiłki można wykupić mając do dyspozycji 40 zł?”, „Jacek ma 40 zł, chce zostać w ośrodku jak najdłużej, ile dni pobytu może zaplanować?”.

Wróć jednak do zaprezentowanych wyżej rozwiązań moich uczniów. Kolejny raz wielu z nich wykazało się matematyczną zaradnością, czyli „umiejętnością sprytnego wykorzystywania posiadanej wiedzy matematycznej w różnych, często nowych dla dziecka, sytuacjach” (Dąbrowski, 2009, 24). Wśród wielu informacji wyszukali te właściwe, czasami z własnej inicjatywy zaznaczali je np. kolorem. Rozwiązowali zadania za pomocą rysunku, częściej za pomocą rysunku i symboli, co świadczy o tym, że potrafią już (po 8 miesiącach nauki) nadawać liczbom i działaniom właściwy sens. Nie znając (?) mnożenia intuicyjnie dodawali jednakowe składniki (oprócz Patrycji, która mnożenie zastosowała z rozmysłem). Ciekawe, czy wśród nauczycieli uczących w klasach młodszych, znaleźliby się tacy, którzy uznaliby pytanie dotyczące na przykład kosztu noclegów dla 5 osób w pokoju pięcioosobowym za zbyt trudne dla pierwszaków...

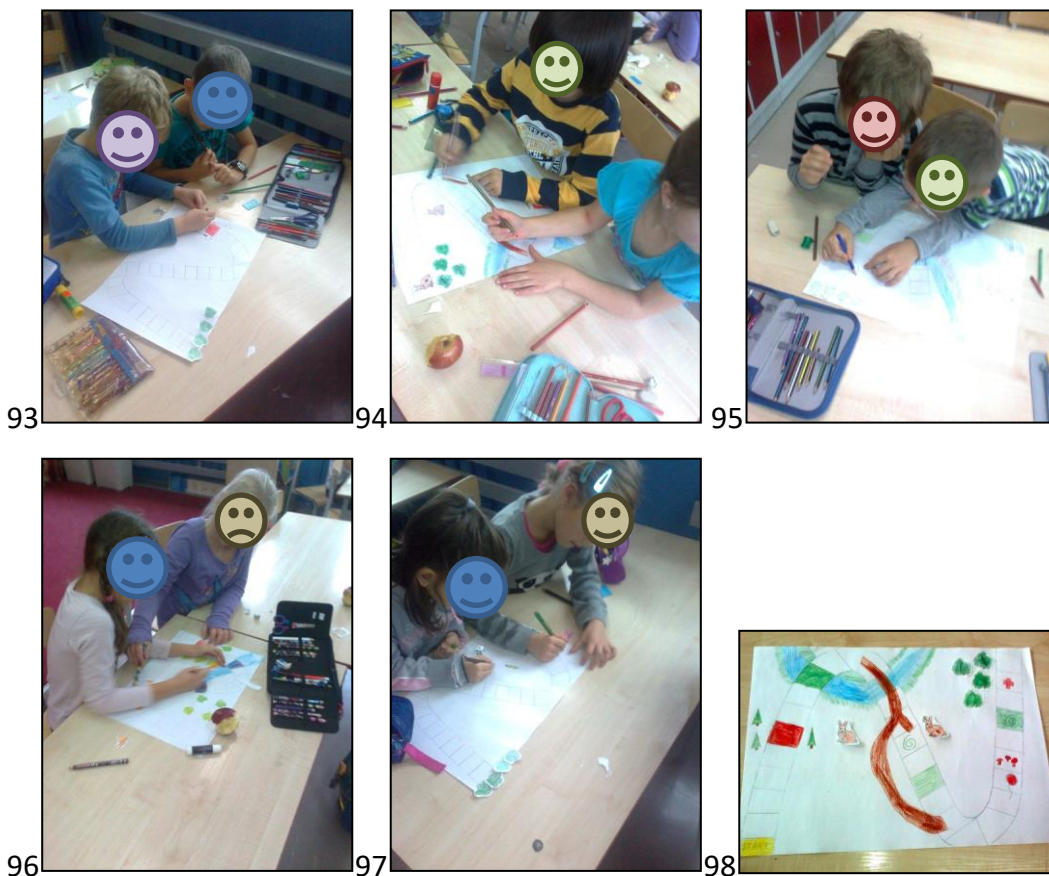


2.8 A może w coś zagramy

Po ósme - a może w coś zagramy i połączymy przyjemne z pożytecznym!

W podstawie programowej czytamy, że uczeń wykorzystuje warsztaty, szachy i inne gry planszowe lub logiczne do rozwijania umiejętności myślenia strategicznego, logicznego, rozumienia zasad itd.; przekształca gry, tworząc własne strategie i zasady organizacyjne. Zdarza się, że gdy opowiadam innym nauczycielom o grach, w jakie grają moje pierwszaki, słyszę – *„ja na taką zabawę nie mam czasu”*. A szkoda, bo zabawa jest istotnym elementem rozwoju każdego dziecka, nie tylko małego. Poprzez zabawę, a więc także grę, dziecko nabywa nowe doświadczenia, nowe umiejętności, poszerza zakres swoich wiadomości, uczy się budowania własnych strategii, a także poszanowania przyjętych norm i zasad, doświadcza pracy w grupach, rozwija swoją aktywność, samodzielność i pomysłowość. Dlatego podczas naszych zajęć, gier zabraknąć nie mogło, **bo przecież nic tak nie rozwija uczniów jak nauka przez zabawę.**

Początkowo moje pierwszaki zwyczajnie się ścigały, najpierw na planszach przygotowanych przeze mnie, a potem na planszach wykonanych samodzielnie i według samodzielnie wymyślonych zasad. Oto jedna z narysowanych przez uczniów gier. Zajączki chciały przedostać się na pole kapusty, ale po drodze czekały na nie wymyślone przez dzieci przygody. Przygody miały wartość liczbową: premia oznaczała przesunięcie „zajączka” do przodu, a pułapka - cofnięcie lub zrezygnowanie z rzutu kostką. Po samodzielnym przygotowaniu gier ich autorzy w świetnych humorach ścigali się od startu do mety.



Ilustracje 93-98. Gry ściganki

Gra i dążenie do wygranej wywoływało wtedy wśród pierwszaków spore emocje. Dzieci starały się jednak przestrzegać ustalonych zasad, nie „obrażać się” (gdy przegrywały) i wytrwać do końca, pewnie dlatego, że grę, w którą grały, opracowywały samodzielnie.

➤ Myślę, że wszyscy wiemy, iż uczenie się przez zabawę wyzwała ciekawość i zainteresowanie, wzbudza motywację do wykonywania zadań szkolnych. Zadaniem szkolnym jest m.in. dodawanie i odejmowanie. Różne są sposoby na ćwiczenia rachunkowe w zakresie tych umiejętności. Można ćwiczyć wykonywanie działań wypełniając zadania w ćwiczeniach, można też wykonywać podobne zadania podczas gry planszowej. Przy okazji czytania bajki o Czerwonym Kapturku zaproponowałam uczniom grę „Do dziesięciu”, podczas której mieli okazję ćwiczyć rachunek pamięciowy. Pomysł na tę grę, a także na wszystkie



pozostałe, zaczerpnęłam ze strony „trzecioklasista.edu.pl” (Dąbrowski, 2009, 36)



99



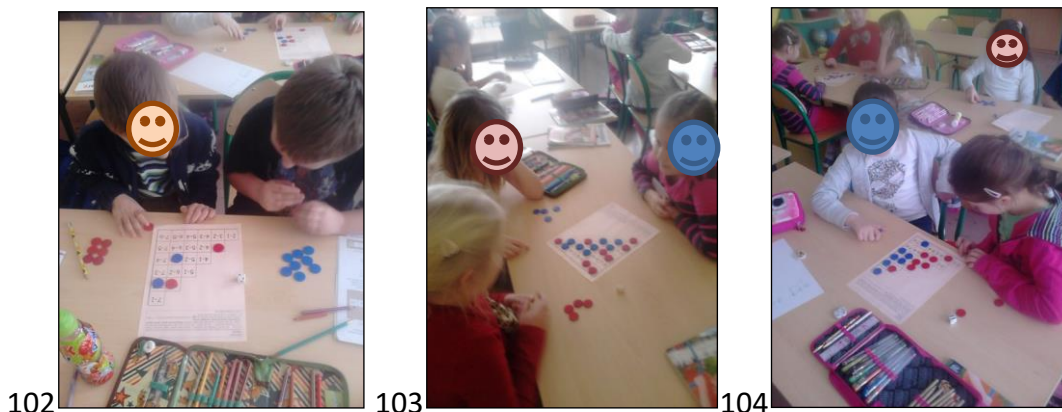
100



101

Ilustracje 99-101. Gry dydaktyczne

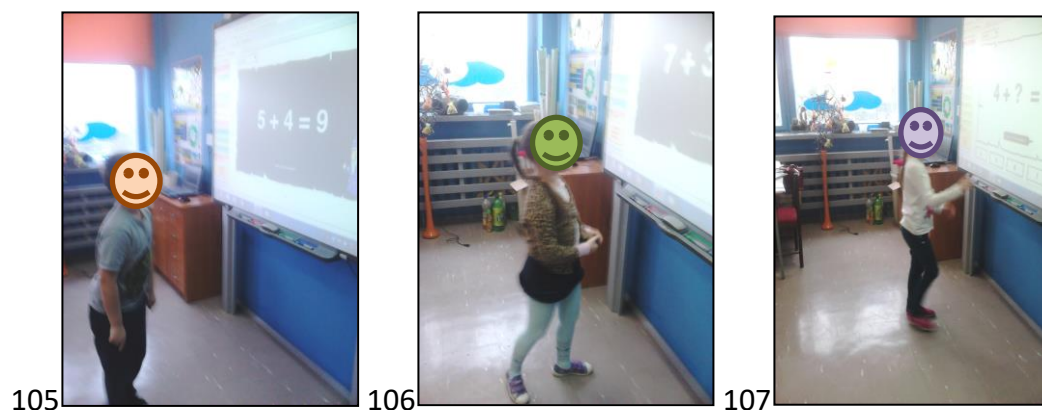
Kolejne gry „Dodawanka”, „Odejmowanka”, „Schody” stały się w naszej klasie nie tylko narzędziem do ćwiczenia sprawności rachunkowej, ale także do rozwijania samodzielnego rozumowania. W grze większe szanse ma ten, kto „gra lepiej”, kto mniej posługuje się metodą prób i błędów, a w większym stopniu potrafi planować i przewidywać wynik swoich posunięć. Rozwój tych umiejętności wspomóc mogą umiejętne pytania nauczyciela, a więc podczas gry starałam się nie tylko o to, aby dzieci dobrze się bawiły i ćwiczyły sprawność rachunkową, ale także o to, aby świadomie z rozmysłem ustawiały żetony na planszy. Służyły temu m.in. pytania „Ile oczek na kostkach powinniście wyrzucić, aby zająć pole np. 12”, *Jaki jest najgorszy rzut na rozpoczęcie gry? A jaki najlepszy? Które pole najtrudniej jest zająć? Dlaczego?”*



Ilustracje 102-104. Gry dydaktyczne cd.

Nie zawsze wszystko odbywało się „bez zgrzytów”, bo nie każdemu udało się za każdym razem wygrywać i czasem trudno było pogodzić się z przegraną, ale tego też cały czas pierwszaki się uczą...

➤ Gry planszowe to tylko jedna z propozycji. Podczas zajęć można zaproponować dzieciom grę w karty, domino, bingo. Opisy tych gier znaleźć można na wspomnianej już przeze mnie stronie. Matematykę można też „łapać w sieci”. Wśród wielu gier edukacyjnych każdy nauczyciel odnajdzie te atrakcyjne i kształcące. Zdarzało nam się z nich korzystać.



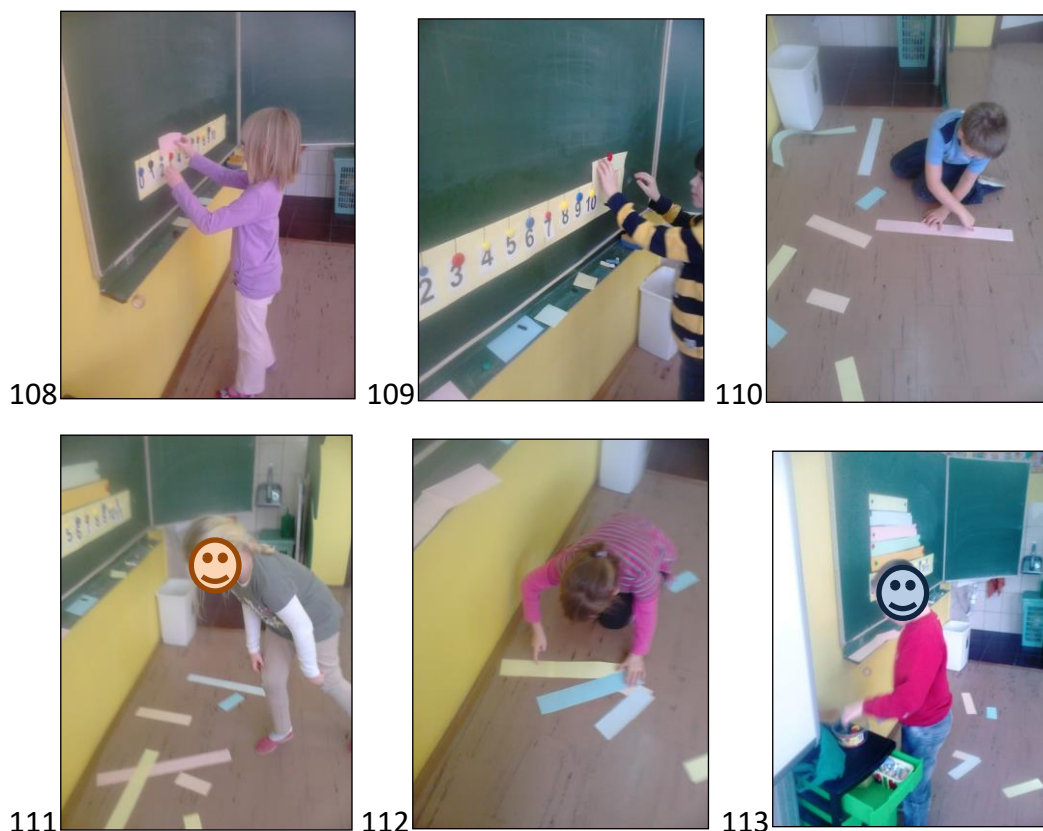
Ilustracje 105-107. Gry interaktywne



2.9 Uczenie się to działanie, odkrywanie, eksperymentowanie

Po dziewiąte, dziesiąte i jedenaste nauka to działanie, odkrywanie, eksperymentowanie, **bo przecież nic tak nie rozwija uczniów jak samodzielne osiągnięcie celów i konstruowanie swojej własnej wiedzy.** Dlatego w klasie pierwszej...

➤ Mierzyliśmy nie tylko po to, aby mierzyć, ale także po to, by np. sprawdzić, że „dwa” to odległość nie tylko od 0 – 2, ale także od 2 – 4, od 10 – 12 itd., by szacować, porównywać, sprawdzać i obliczać długości... No właśnie – szacować. O tej umiejętności podstawa programowa dla I etapu edukacyjnego wcale nie mówi. Pojęcie to pojawia się dopiero w klasach IV-VI jako „szacowanie wyników działań”. Nie ma mowy o szacowaniu długości, odległości, ciężaru, temperatury, wartości zgromadzonych monet czy banknotów, a jest to umiejętność wyjątkowo praktyczna w życiu codziennym. Nawyk szacowania pozwala szybko porównywać i lepiej rozumieć informacje.



Ilustracje 108-113. Umiejętności praktyczne (mierzenie)



➤ Spacerowaliśmy po liczbach ułożonych na szkolnym korytarzu. Najpierw kolejno od najmniejszej do największej i odwrotnie. Potem tylko po liczbach parzystych i nieparzystych, następnie szliśmy "co dwa" i "co trzy", "co cztery". Spacerując dodawaliśmy i odejmowaliśmy. Uczniowie zauważyli, że na osi brakuje kolejnych liczb coraz większych (11, 12, 13 ...), a także liczb mniejszych od "0"! „Nie ma wszystkich liczb – powiedział Wiktor – *brakuje liczb ujemnych: -1, -2, -3 (!)*”.



114



115



116

Ilustracje 114-116. Oś liczbowa

➤ Zamienialiśmy się w „żywe liczby” (M. Dąbrowski, E. Wiatrak, 2009b), które biegają, liczą, ustawiają się w pary, grupy, tworzą węże i koła. Pierwszaki podczas zajęć łąpały się z ręce tworzyły pary, trójki, „łańcuchy” według określonych warunków m.in. „*Jesteś ode mnie większa o 1*”, „*Jesteś większa o 3*”, „*Jesteś liczbą parzystą (nieparzystą)*” „*Jesteś moją połową*”, „*Połączcie się tak, aby suma liczb po dodaniu wynosiła 10 (20)*”.



Gdy powstawały grupy i łańcuchy zadawałam pytania dodatkowe np. *Która liczba jest największa (najmniejsza)?, Gdzie są liczby większe (mniejsze) od liczby 6?*,



117



118



119



120

Ilustracje 117-120. Żywe liczby

- Ważyliśmy – siebie, a także różne przedmioty, wcześniej szacując ich ciężar. Uczniowie obliczali też wagę kilku przedmiotów, ale nie podczas rozwiązywania typowych zadań. Przykładowo, aby obliczyć wagę kwiatka, motyla albo korony musieli najpierw odkryć zasadę, według której rozmieszczono przedmioty na poszczególnych wagach np. *trzy pomarańcze ważą 15, a dwie pomarańcze i dwa kwiatki ważą 19, ile waży jeden kwiatek?* Pierwszaki rozwiązywały także zadania otwarte obliczając na przykład „*po ile kilogramów kapusty może zapakować zając Brukselka do czterech (także trzech) worków, jeżeli do stołówki musi przywieźć 19 kg tego warzywa*”



121



122



123



124



125



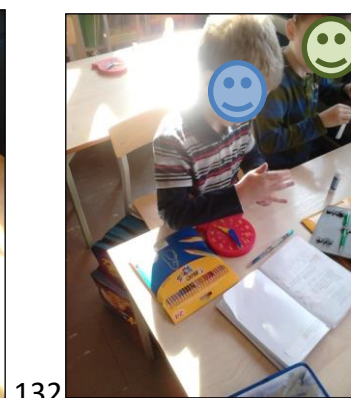
126

Ilustracje 121-126. Szacowanie i obliczanie

- Nie tylko odczytywaliśmy godziny na zegarze, ale także obliczaliśmy upływ czasu, mimo, że podstawa programowa o odczytywaniu wskazań zegarów i obliczeniach zegarowych mówi dopiero w klasie trzeciej. Moje pierwszaki godziny na zegarze rozpoznawały bardzo wcześnie. Z kształceniem tej umiejętności nie czekałam, jak to proponują autorzy wielu podręczników,



do czasu, gdy uczniowie poznają liczbę 12. Wskazania zegara odczytywaliśmy przy monografii kolejnych liczb, którą zresztą wprowadziłam dość szybko, pamiętając o tym, że uczniowie przychodząc do szkoły doskonale już te liczby znają.



Ilustracje 127-132. Obliczenia zegarowe

Zaprezentowane wyżej działania moich pierwszaków, to tylko niektóre ze wspólnie podejmowanych. Było ich znacznie więcej, ale nie sposób wszystkie udokumentować i opisać. Dodatkowo nie było moim zamiarem przedstawianie



pomysłów, które stałyby się kolejnym przewodnikiem metodycznym, zamkniętym katalogiem metod i sposobów kształtowania matematycznych umiejętności uczniów. Idealnie byłoby, gdyby pomysły te okazały się inspiracją chociaż dla niewielkiej grupy nauczycieli, gdyby skłoniły ich do refleksji, która uruchomi zmiany w nauczaniu matematyki, a zmiany moim zdaniem są niezbędne.



3. URZĄDŹMY MATEMATYKĘ PO SWOJEMU

Opisując umiejętności moich uczniów dość często odwoływałam się do podstawy programowej. Zwracałam wtedy uwagę, że o kształtowaniu określonej umiejętności w podstawie nie ma ani słowa, albo że nabycie innej, podstawa proponuje zbyt późno. Pisząc to nie namawiałam bynajmniej do ignorowania wspomnianego dokumentu. Każdy nauczyciel obowiązany jest go realizować, ale także *„każdy nauczyciel ma prawo uczyć więcej, niż zapisane jest w podstawach”* (Semadeni, 2012, s. 14), a więc może poszerzać zakres nauczanych treści, wzbogacać je i pogłębiać, realizować w miejscu i czasie dostosowanym do uzdolnień, możliwości i potrzeb swoich uczniów. Wiem z doświadczenia, że czasami matematyczne okazje sprawiają, iż możemy uczyć „więcej”, uczyć inaczej. Tak przecież było w przypadku pojawienia się liczb ujemnych, liczb parzystych i nieparzystych, rozwiązywania zdań tekstowych nie tylko jednodziałaniowych w mojej pierwszej klasie. Sztywne trzymanie się zapisów podstawy programowej nie przyniesie nic dobrego. Uczniowi, który w klasie pierwszej potrafi wykonywać działania w zakresie 100 (i wyższym) nie można przecież powiedzieć *„Świetnie, gratuluję. Wykorzystamy więc twoje umiejętności w klasie drugiej, a na razie będziemy liczyć do 10”*. Dziecko po kilku próbach przekonania nauczyciela, że rzeczywiście doskonale potrafi liczyć, zrezygnuje i dostosuje się do rytmu, tempa pracy oraz treści proponowanych przez pedagoga, i być może na liczeniu w zakresie 100 zatrzyma się na długo. A przecież może stać się inaczej. Okazanie zainteresowania jednemu uczniowi może sprawić, że jego koledzy także zaczną szukać okazji do „poza programowego” liczenia. Warto w tym miejscu przywołać wyniki badań prowadzonych przez E. Gruszczyk-Kolczyńską. Wynika z nich, że *„im dłużej dzieci przebywają w szkole, tym stają się mniej twórcze, mniej odważne i wykazują się mniejszym poczuciem sensu własnego działania”* (Klinger, 2014). Dlaczego? Pozostawię to pytanie bez odpowiedzi... Na koniec jeszcze jedna uwaga. Nie pozwólmy na to, aby o tym czego i jak uczyć w poszczególnych klasach



decydowali za nas autorzy podręczników. Dlaczego liczby parzyste i nieparzyste, odczytywanie wskazań termometru, obliczenia zegarowe, pojęcia minuta, kwadrans, połowa czy ćwierć nie miałyby pojawić się w klasie pierwszej?

Umieszczenie tych zagadnień w zeszytach ćwiczeń drugo lub trzecioklasistów nie musi być dla nas jedynie słusznym wskazaniem. Wykorzystujmy więc podręczniki jako jedno z narzędzi, traktujmy elastycznie podstawę programową i urządzmy matematykę po swoim, bo to my najlepiej znamy nasze dzieci i to my wiemy na co, ucząc matematyki, „możemy sobie w danym momencie pozwolić”, by nie zatrzymać rozpędzonych umysłów uczniów.



4. PODSUMOWANIE

W ramach podsumowania przytoczę rozmowę, która odbyła się między uczniami mojej trzeciej klasy. Na pytanie o zadania w podręczniku, z którymi się mierzyli, usłyszałam, że są proste i banalne, a na pytanie dlaczego takie są, padła, moim zdaniem bardzo znacząca, odpowiedź: *Bo dorośli nie wierzą w możliwości dzieci*. Zdanie to wypowiedziała Weronika. Czy nie miała racji? Może warto uwierzyć w możliwości dzieci, zachęcać je do działania, eksperymentowania, do mówienia o swoich spostrzeżeniach, rozwiązaniach, do ich prezentowania. Może warto im pozwolić matematykę po prostu odkrywać. Warto też, aby rola nauczyciela ograniczała się najczęściej do wspierania uczniów w ich odkryciach. Pobudzajmy więc dzieci do działania, do aktywności intelektualnej i do samodzielności, zachęcajmy do matematycznych poszukiwań i matematycznych rozumowań. A przede wszystkim bardzo uważnie ich słuchajmy.



5. BIBLIOGRAFIA

- Białoobrzaska, J., 2006. *Zostań nawiedzoną nauczycielką, czyli jak uczyć żeby nauczyć*. Warszawa: Didasko
- CKE, 2010. *Ogólnopolskie Badanie Umiejętności Trzecioklasistów* <http://www.obut.edu.pl/kategoria/wyniki_bada_raporty_obut-2>
- Dąbrowski, M., 2008. *Pozwólmy dzieciom myśleć*. Warszawa: CKE
- Dąbrowski, M., Wiatrak E., 2009a. *Maszynki liczbowe i nie tylko* <<http://www.trzecioklasista.edu.pl>>
- Dąbrowski, M., Wiatrak, E., 2009b *Żywe liczby i nie tylko* <<http://www.trzecioklasista.edu.pl>>
- Dąbrowski, M., 2009 *Matematyka 2001. Klasa 6*. Warszawa: WSiP
- Dąbrowski, M., 2010. *Zaradność matematyczna*. <<http://www.trzecioklasista.edu.pl>>
- Dąbrowski, M., 2015. *Gry matematyczne (nie tylko) dla klas 1 – 3*. Opole: Wydawnictwo Nowki Sp.j.
- Dąbrowski, M., 2016. *Gry matematyczne dla uczniów klas 1 - 3 i starszych*. Opole: Wydawnictwo Nowki Sp.j.
- Dąbrowski, M., 2018. *Nie tylko żywe liczby! Zabawy arytmetyczne dla przedszkola i szkoły podstawowej*. Opole: Wydawnictwo Nowki Sp.j.
- Dąbrowski, M., 2020. *Matematyczne eksperymenty. Geometria nie tylko dla klas 1 – 3*. Opole: Wydawnictwo Nowki Sp.j.
- Hryhorowicz, Z., Łabuzińska, A., Mika M., 2008. *Dlaczego uczniowie nie lubią matematyki? Pedagogiczno-społeczne uwarunkowania osiągnięć egzaminacyjnych uczniów w zakresie umiejętności matematycznych*, w: Biuletyn badawczy CKE nr 15 <www.cke.edu.pl/Badania_analizy_wyniki/>
- Kalinowska, A., 2010. *Pozwólmy dzieciom działać*, Warszawa: CKE
- Kowalska, M., 2003. *Czerwony Kapturek bajka matematyczna*, w: *Życie szkoły* nr 7
- Klinger, K., 2014. *Szkoła to rzeźnia talentów* <gazetaprawna.pl/edukacja/>



- Konarzewski, K., 2012. *TIMSS i PIRLS 2011 Osiągnięcia szkolne polskich trzecioklasistów w perspektywie międzynarodowej*, Warszawa: CKE
- Kowalska, M., 2013. *Czerwony Kapturek – bajka matematyczna*, Życie szkoły, nr 7
- KNP PAN, 2010. *O projekcie nowelizacji ustawy oświatowej*
<<http://www.pan.uz.zgora.pl/>>
- Semadeni, Z., 2012. *Edukacja matematyczna w nowej podstawie programowej*
<<http://www.sppniewy.szkolnastrona.pl>>
- Semadeni, Z., 2016. *Podejście konstruktywistyczne do matematycznej edukacji wczesnoszkolnej*,
- Sowińska, H., 2013. *Dziecko w szkolnej rzeczywistości. Założony a rzeczywisty obraz edukacji elementarnej*. Poznań: UAM
- Wolny, B., 2014. *Materiały dla nauczycieli. Metody nauczania matematyki w klasach I – III. Jak polubić matematykę – pozwólmy dzieciom myśleć* <http://www.kul.pl/files/803/biblioteczka_cyfrowa/>
- Żytko, M., 2007. *Badanie umiejętności podstawowych uczniów klas trzecich. Raport z badania ilościowego*. Warszawa : CKE



6. WYKAZ ZDJĘĆ

Ilustracje 1-6. Metoda symulacji.....	12
Ilustracje 7-9. Metoda rysunkowa	13
Ilustracje 10-12. Metoda symboliczna.....	14
Ilustracje 13-15. Metoda symboliczna.....	14
Ilustracje 16-19. Pytania do zadania tekstowego	16
Ilustracje 17-21. Zadania ułożone przez uczniów	18
Ilustracje 22-23. Zadanie ułożone przez ucznia	19
Ilustracje 24-27. Przykłady rozwiązań.....	19
Ilustracje 28-29. Sekwencje obrazkowe	21
Ilustracje 30-33. Sekwencje obrazkowe	22
Ilustracje 34-36. Sekwencje obrazkowe	23
Ilustracja 37. Liczby parzyste	24
Ilustracje 38-46. Sekwencje liczbowe	26
Ilustracje 47-48. Rozwiązania uczniów	28
Ilustracje 49-51. Rozwiązania uczniów cd.	29
Ilustracje 52-53. Rozwiązania uczniów	29
Ilustracje 54-55. Przykłady rozwiązań.....	30
Ilustracje 56-58. Przykłady rozwiązań cd.....	30
Ilustracje 59-62.	32
Ilustracje 63-68. Przykłady rozwiązań.....	33
Ilustracje 69-70. Serie działań.....	34
Ilustracje 71-76. Serie działań cd.	35
Ilustracje 77-80. Przykłady rozwiązań.....	37
Ilustracja 81. Zadanie niejednorodne	38
Ilustracje 82-92. Przykłady rozwiązań.....	40
Ilustracje 93-98. Gry ściganki	42
Ilustracje 99-101. Gry dydaktyczne	43



Ilustracje 102-104. Gry dydaktyczne cd.....	44
Ilustracje 105-107. Gry interaktywne	44
Ilustracje 108-113. Umiejętności praktyczne (mierzenie)	45
Ilustracje 114-116. Oś liczbowa	46
Ilustracje 117-120. Żywe liczby	47
Ilustracje 121-126. Szacowanie i obliczanie	48
Ilustracje 127-132. Obliczenia zegarowe	49

Źródło wszystkich ilustracji, z wyłączeniem Ilustracji 82.: materiały własne

Źródło ilustracji 82.: CKE, 2009, 87